

Николай Вавилов
МОДУЛЯРНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

В 3-м семестре общего курса алгебры бакалавриата излагаются основы теории *обыкновенных* представлений конечных групп, т.е. представлений над полем характеристики 0 (теорема Машке, характеры Фробениуса, теорема Бернсайда—Фробениуса,...).

Однако все более глубокие приложения теории представлений собственно к теории конечных групп (скажем, все имеющиеся доказательства теоремы Томпсона—Файта) самым существенным образом опираются на использование теории *модулярных* представлений, т.е. представлений группы G над полем характеристики $p > 0$ делящей порядок G .

Спецкурс начнется с *crash course* по общей теории линейных представлений, а именно 2–3 лекций, в которых мы без доказательств напомним основные определения относящиеся к линейным представлениям, неприводимым и неразложимым модулям, теоремы Жордана—Гельдера и Крулля—Шмидта, основные конструкции над модулями,..., а также сформулируем основные факты в характеристике 0 (доказательства которых будут параллельно рассказаны в общем курсе в сентябре-октябре. Таким образом, спецкурс представляет собой *пандан* к первой половине 3-го семестра общего курса и мотивировку для второй его половины).

После этого планируется обсуждение *основ* модулярной теории — p -адические числа, редукция из характеристики 0, характеры Брауэра, неприводимые и главные неразложимые модули, треугольник Картана (числа Картана, числа разложения,...), блоки, дефектные подгруппы, соответствие Брауэра, скажем до *доказательства* основных теорем Брауэра, *включительно*. (Если останется время, что вряд ли, я бы рассказал еще соответствие Грина, вершины и источники, и т.д.)

На двух последних лекциях я планирую описать, в разговорном жанре, the state of art в теории обыкновенных и модулярных представлений конечных почти простых групп (симметрических, знакопеременных, конечных групп типа Ли,...).

Знакомство с основами теории модулярных представлений является важнейшим элементом математической культуры, а источников, по которым студент или неспециалист мог бы познакомиться с теорией Брауэра, не говоря уже о последующем развитии, на русском языке нет, так как ни короткая 3-я глава книги Серра, ни книга Файта ни в какой степени не адресованы начинающему. Единственный доступный современный текст по теории модулярных представлений, это лекции Кюлсхаммера на немецком языке.

Кроме взаимодействия с общим курсом, излагаемая теория служит великолепной игрушечной моделью более сложных неполупростых теорий, в особенности теории представлений конечномерных алгебр, и реально мотивирует для начинающего необходимость изучения гомологической алгебры (переход от модулей к комплексам, когомологии,...)

Спецкурс будет проходить по вторникам в 19.00—21.00 в аудитории 14 (14-я линия В.О., дом 29Б). Он адресован студентам всех курсов начиная со 2-го (и упорным первокурсникам, которые уже знают, что такое группа, поле, кольцо и модуль).