ЗАДАЧИ С ПОДСКАЗКАМИ К ЛЕКЦИЯМ 1-3

Гаянэ Панина

Задача 1.1. *Эквивалентны ли комбинаторно многогранники* $(T_1 \times T_2)^\Delta$ *и циклический многогранник* $C(4,6)$ *(см. лекция 1)?*

Задача 1.2. *"Форму двумерной грани можно задать произвольно"*

Пусть граф Γ *удовлетворяет условию теоремы Штейница. Пусть* α *- его грань с* k *вершинами;* P *-некоторый выпуклый* k*-угольник. Тогда* $\exists$ *многогранник* K *такой, что* $\Gamma(K) = \Gamma$ *и* P *- грань* K*, соответствующая* α*.*

Задача 1.3. *"Непересекающиеся грани можно сделать параллельными"*

Пусть K *выпуклый трехмерный многогранник,* F_1, F_2 *- его непересекающиеся двумерные грани. Тогда* $\exists$ *многогранник* K' *комбинаторно эквивалентный* K *такой, что соответствующие грани* F_1', F_2' *параллельны.*

Задача 1.4. *"Маленькую грань можно сделать большой"*

Пусть K *выпуклый трехмерный многогранник,* F *- его двумерная грань. Тогда* $\exists$ *многогранник* K' *комбинаторно эквивалентный* K *такой, что остальные грани параллельно проецируются на* F'*.*

Задача 1.5. *Упростите выражение*

$($*грань* $(K^\Delta))^\Delta$

Задача 1.6. *Придумайте 4-связный граф, НЕ являющийся графом никакого 4-мерного многогранника.*

Подсказки

Задача 1: действовать "в лоб". Выписать все вершины обеих многогранников и думать, как устроить биекцию. Помнить, что при проверке комбинаторной эквивалентности достаточно проверить соответствие гиперграней.

Задача 5: вспомнить про цепочку операций из теоремы Штейница. Удобнее работать в проективном пространстве.

Задачи 3,4: использовать проективные преобразования. Нужно отправить на бесконечность подходящую гиперплоскость.

Задача 6: в 4-мерном пространстве нет никакого аналога планарности. Но каждая 3-мерная грань обязана порождать планарный граф. Попробуйте сыграть на этом (впрочем не забывая, что эти трехмерные грани НЕ определяются комбинаторикой графа).

E-mail address: panina@iias.spb.su