

## OPEN PROBLEMS

Панина Г.Ю.

Задачи предлагаются всем желающим. Могут служить основой курсовой или дипломной работы.

Подробное пояснение формулировок и всяких тонкостей произойдет во время спецкурса. Попутно будет объяснено, для чего эти задачи нужны.

Задачи требуют разного уровня подготовленности: например, № 6, 7, 10, 12, 14 можно решать, имея в запасе лишь курс средней школы.

Даже небольшой прогресс по любой из предложенных задач очень важен.

Видимо, список задач будет пополняться.

- (1) Задача о плотницкой линейке
  - на сфере
  - на торе с плоской метрикойИнтересно, если ребра короткие.
- (2) (Идеология) Как выглядит вторичный многогранник для псевдотриангуляций двумерной сферы?
- (3) Охарактеризовать граф, вложимый в сферу в виде остроконечного псевдоразбиения.
- (4) Что можно сказать об остроконечных разбиениях тора с плоской метрикой?
- (5) (Конструктив) Всякая ли конфигурация больших полукругов доводится до остроконечного псевдоразбиения сферы? До гиперболического многогранника?
- (6) (Конструктив) Имеется кусочно-линейная седловая поверхность. Приблизьте ее простой (в каждой вершине сходятся три ребра) кус-лин седловой поверхностью. Интересен был бы даже частный случай, когда у исходной поверхности лишь четырехвалентные вершины.
- (7) (Конструктив) Имеется кус-лин седловая поверхность. Требуется приблизить ее симплициальной (каждая грань - треугольник) кус-лин седловой поверхностью. (Комбинаторика поверхности при этом может нарушаться.)
- (8) (Предположение Н. Мнев) Простой гиперболический веер (= простое остроконечное разбиение сферы) не имеет регулярного подразбиения (без дополнительных вершин).
- (9) Имеется гладкая седловая поверхность. Всегда ли ее можно приблизить кус-лин седловой поверхностью?

- (10) (Идеология) Придумать разумную классификацию конфигураций непересекающихся ориентированных больших полукругов на сфере. (Возможны разные постановки: с точностью до изотопий или с точностью до комбинаторной эквивалентности.)
- (11) Упрощение предыдущей задачи: сколькими (с точностью до непрерывных движений) способами можно расположить на сфере 5 больших полукругов?
- (12) (Конструктив) Как может быть устроена двумерная седловая поверхность (топологическая сфера), лежащая на трехмерной сфере?  
Пояснение: 1. Если она однолистно проецируется на некий двумерный экватор, то есть теорема о 4 дугах перегиба. Сохраняется ли этот факт, если поверхность не проецируется однолистно?  
2. А бывают ли седловые сферы, не проецирующиеся однолистно ни на какой экватор?  
3. Бывают ли седловые сферы с самопересечениями?
- (13) (Идеология) Имеется ли разумный аналог "expansive motions" для псевдотриангуляций сферы?
- (14) Имеется конечный набор точек на сфере. При каких условиях он является множеством вершин остроконечного разбиения
- а) без псевдо 2-угольников
  - б) с одним псевдо 2-угольником
  - в) с двумя ...

*E-mail address:* panin@pdmi.ras.ru, gaiane@mail.wpus.net