

ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ 4

- Задача 4.1.** • Найдите на плоскости множество A такое, что $\#(A) = 6$ и при этом $\exists x \in \mathbb{R}^2$:
 \forall прямой h , проходящей через x , $\#(\bar{h}^+ \cap A) \geq 3$.
(\bar{h}^+ – замкнутая полуплоскость, ограниченная прямой h .)
- Охарактеризуйте все такие множества.

Задача 4.2. Для любых k конечных множеств $A_1, \dots, A_k \subset \mathbb{R}^d$, $k \leq d$ найдется $(k-1)$ -мерная плоскость h такая, что для любой гиперплоскости H , содержащей h , и для любого множества A_i , замкнутое полупространство \bar{H}^+ содержит по крайней мере $\frac{1}{d+1}\#(A_i)$ точек множества A_i .

Задача 4.3. Имеется "хорошее" множество A в \mathbb{R}^d (например, многогранник). Докажите, что $\exists x \in \mathbb{R}^d$ такая, что \forall гиперплоскости h , проходящей через x , $\text{Vol}(h^+ \cap A) \geq \frac{\text{Vol}(A)}{d+1}$.