ТОРИЧЕСКИЕ МНОГООБРАЗИЯ И ВЫПУКЛЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Панина Г.Ю.

1. Лекция 1

Обозначим
$\mathbb{C}[\xi_1, ..., \xi_m] = \mathbb{C}[\xi] = R$

Определение 1.1. Пусть $F \subset \mathbb{C}[\xi]$ Определим $C^m \supset V(F)$ – общие нули полиномов из F – аффинное алгебраическое множество.

Наоборот, пусть $Z \subset \mathbb{C}^m$. Зададим $i_Z = \{f \in \mathbb{C}[\xi] : f \mid_Z = 0\}$ – идеал.

Лемма 1.2. *Пусть* $< F >$ *– идеал, порожденный* F*. Тогда* $V(F) = V(< F >)$*.*

Лемма 1.3. *Для идеалов* $\mathfrak{a}$ *и* $\mathfrak{a}'$ *верно*

- $V(\mathfrak{a} \cdot \mathfrak{a}') = V(\mathfrak{a} \cap \mathfrak{a}') = V(\mathfrak{a}) \cup V(\mathfrak{a}')$
- $V(\mathfrak{a} + \mathfrak{a}') = V(\mathfrak{a}) \cap V(\mathfrak{a}')$
- $V(\mathbb{C}[\xi]) = \emptyset$, $V(\emptyset) = \mathbb{C}^m$.

Набор всех афф алг множеств порождает т. наз. топологию Зарисского.

Определение 1.4. Афф алг множество неприводимо, если его нельзя представить в виде объединения двух афф алг множеств, не лежащих одно в другом.

Неприводимое афф алг множество называется афф алг многообразием.

Лемма 1.5. *Всякое афф алг многообразие единственным образом представляется в виде объединения неприводимых.*

Определение 1.6. Координатное кольцо, или кольцо регулярных функций на афф алг множестве Z – это по определению $R_Z = R/i_Z$. Это то же самое, что и кольцо сужений на Z полиномов.

Лемма 1.7. *Афф алг множество* X *неприводимо iff* i_X *– простой идеал.*

E-mail address: gaiane-panina@rambler.ru, gaiane@mail.wpus.net