ТОРИЧЕСКИЕ МНОГООБРАЗИЯ И ВЫПУКЛЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Панина Г.Ю.

1. Лекция 17

Пусть Σ – полный веер в $\mathbb{R}^n$.

Множество пучков $\mathcal{O}_X$ -модулей снабжено операцией тензорного произведения: для каждого открытого U надо перемножить $F_1(U)$ и $F_2(U)$ над кольцом $\mathcal{O}_X(U)$. Если F_1 и F_2 локально порождены одной функцией, т.е. $\forall \ \ \sigma \ \ F_1(X_\sigma) = f_{1\sigma} \cdot \mathcal{O}_X(X_\sigma)$, $\forall \ \sigma \quad F_2(X_\sigma) = f_{2\sigma} \cdot \mathcal{O}_X(X_\sigma)$, то $F_1 \otimes F_2(X_\sigma) = f_{1\sigma} \cdot f_{2\sigma} \cdot \mathcal{O}_X(X_\sigma)$

В частности это означает, что тензорное произведение пучков соответствует сложению в комбинаторной группе Пикара.

Определение 1.1. Два пучка F_1 и F_2 *изоморфны*, если для всякого U $F_1(U)$ и $F_2(U)$ изоморфны, причем эти изоморфизмы коммутируют с гомоморфизмами ограничения.

Построим биекцию, групповой изоморфизм между обратимыми пучками (взятыми с точностью до изоморфизма) и дивизорами Картье (взятыми с точностью до главных дивизоров).

Определение 1.2. Пусть D – главный дивизор. Свяжем с ним пучок L_D по правилу $L_D(U) = \{f \in K_X : (f) + D \geq 0\}$

Теорема 1.3.
- *Для каждого обратимого пучка F найдется дивизор Картье D такой, что $F = L_D$.*
- *Тензорное произведение соответствует сумме дивизоров*
- *Два дивизора линейно эквивалентны (отличаются на главный дивизор) $\Leftrightarrow$ соотв. пучки изоморфны.*

Вот как восстанавливается дивизор по обратимому пучку: для регулярного σ верно $F(X_\sigma) = f_\sigma \cdot \mathcal{O}_X(X_\sigma)$. Зададим сужение дивизора D на X_σ правилом $D = (f^{-1})$. Такое задание согласовано на пересечении, и следовательно дивизор D задан глобально. □

E-mail address: `gaiane-panina@rambler.ru, gaiane@mail.wpus.net`