

# ТОРИЧЕСКИЕ МНОГООБРАЗИЯ И ВЫПУКЛЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Панина Г.Ю.

## 1. ЛЕКЦИЯ 3

**Определение 1.1.** Комплексная проективная плоскость  $CP^2$  есть множество прямых в  $C^3$ , проходящих через  $O$ .

Иначе, это

множество троек комплексных чисел  $(x : y : z)$ , не равных одновременно нулю. При этом отождествляются тройки  $(x : y : z)$  и  $(\lambda x : \lambda y : \lambda z)$ .

Комплексная проективная плоскость покрывается тремя картами  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$  и  $z \neq 0$ . Каждая карта - аффинная комплексная плоскость. Имеется ввиду отождествление вида  $\{(x : y : z) : z \neq 0\} = \{(x/z, y/z, 1)\} = \{(u, v)\}$ .

Две карты склеиваются по их общему квазиаффинному подмногообразию.

Замена координат при переходе от одной карты  $(t, r)$  к другой  $(u, v)$  выглядит как  $u = t^{-1}, v = t/r$ .

Важно, что функция, регулярная в координатах первой карты, регулярна и в координатах второй карты. Это мотивирует следующее определение.

**Определение 1.2.** Пусть  $X, Y$  - квазиаффинные многообразия.  $\varphi : X \rightarrow Y$  - морфизм, если  $\varphi^*$  переводит регулярные функции в регулярные.

**Определение 1.3.** Морфизм  $\varphi$  называется изоморфизмом, если он биекция, и если  $\varphi^*$  - изоморфизм колец.

**Лемма 1.4.**  $\varphi$  - морфизм аффинных многообразий. Тогда

- (1)  $\varphi^*$  - изоморфизм  $\varphi$  - изоморфизм
- (2)  $\varphi^*$  - сюръекция  $\varphi$  - замкнутое вложение.

*E-mail address:* [gaiane-panina@rambler.ru](mailto:gaiane-panina@rambler.ru), [gaiane@mail.wpus.net](mailto:gaiane@mail.wpus.net)