

# ТОРИЧЕСКИЕ МНОГООБРАЗИЯ И ВЫПУКЛЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Панина Г.Ю.

## 1. ЛЕКЦИЯ 6

Задачи.

- Построить торическое афф многообразие для унимодулярного конуса.
- Построить торическое афф многообразие для  $\sigma = R^n$
- Построить торическое афф многообразие для  $\sigma = \text{pos}(e_1, e_1 + 3e_2)$
- Пусть конус  $\sigma$  порожден  $\{a_1, \dots, a_k\}$ , а конус  $\tau = \{a_1, \dots, a_k, a_{k+1} = -a_1\}$ . Показать, что  $X_\tau$  (торически) изоморфно открытому подмножеству  $X_\sigma$ .
- Придумайте еще  $k$ -н вложение тора в  $S^n$ . И действие тора.
- Придумайте  $k$ -н вложение тора в  $CP^n$ . И действие тора.
- Пусть гомоморфизм конусов - отображение "на". Какой морфизм афф торических многообразий он индуцирует?
- Пусть гомоморфизм конусов - отображение "в". Какой морфизм афф торических многообразий он индуцирует?

**Лемма 1.1.** *Всякий торический морфизм порожден некоторым гомоморфизмом конусов (как в примере 2 из предыдущей лекции).*

**Конуса.**

**Лемма 1.2.** *Пусть  $\dim \sigma := \dim \text{aff } \sigma = n$ . Следующие условия эквивалентны:*

- Конус  $\sigma$  имеет вершину.
- Существует гиперплоскость  $e$  такая, что  $e \cap \sigma$  - многогранник.
- Существует многогранник  $K$  размерности  $n - 1$  такой, что  $\sigma = \text{pos}(K)$ .

**Лемма 1.3.** • *Всякий конус есть сумма  $\sigma = \sigma_0 + U$ , где  $\sigma_0$  - конус с вершиной  $U$  - линейное пространство.  $U$  называется *cosrap*.*

- *Для решеточного конуса эти слагаемые можно сделать решеточными.*

*E-mail address: gaiane-panina@rambler.ru, gaiane@mail.wpus.net*